32219

FLORICA T. CÎMPAN

# POVESTEA NUMERELOR

L 3781

EDITURA TINERETULUI

8R-93
P

SA ȘTIM

FLORICA T. CÎMPAN

# Povestea numerelor

Primit la bibliotecă
și înregistrat sub
Nr. 47.177
30-8-70

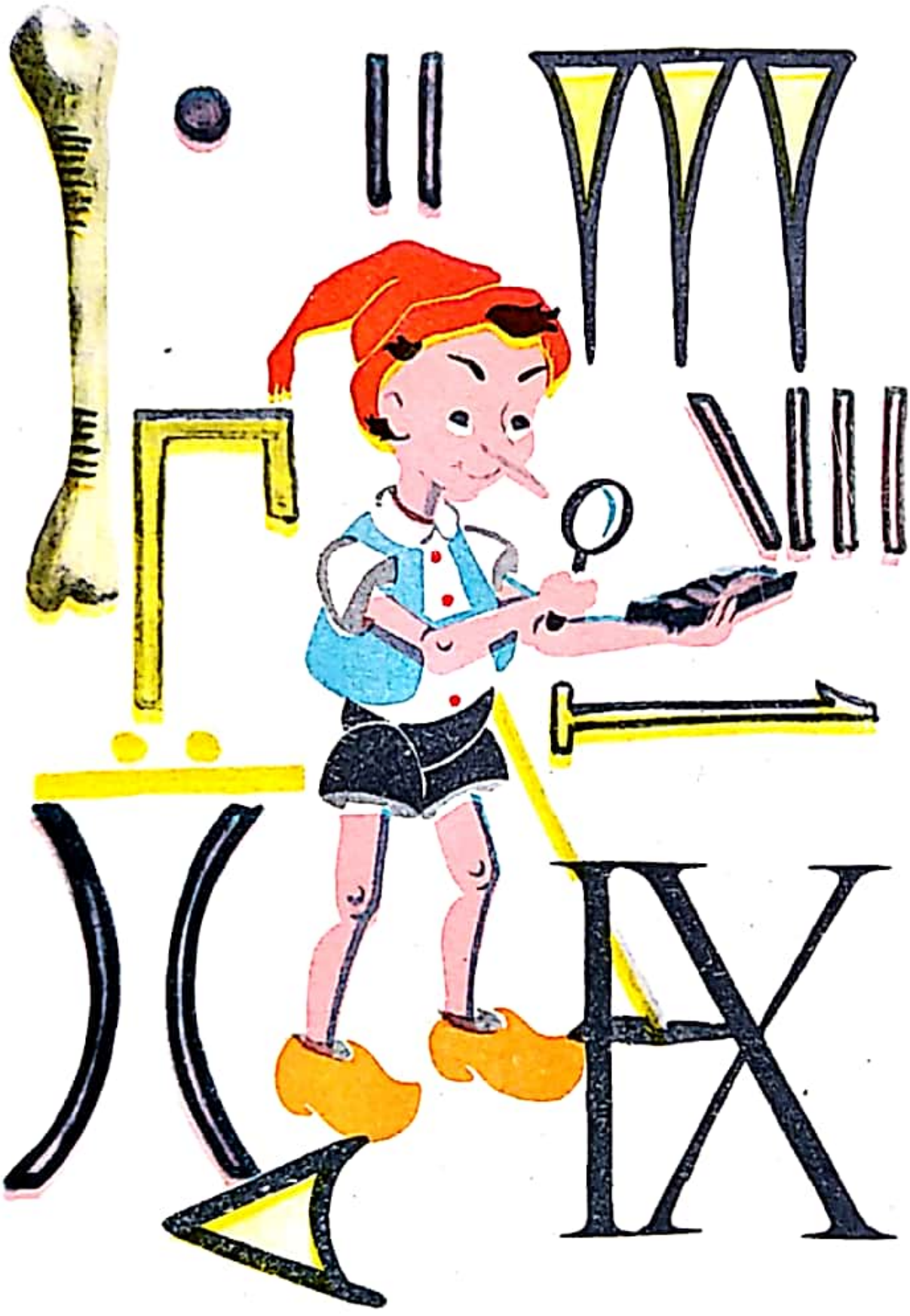
EDITURA TINERETULUI

Coperta şi ilustraţii de
PETRE VULCĂNESCU

Redactor responsabil : PETRE DUDCOVSCHI
Tehnoredactor : VALERIA POSTELNICU

Dat la culeş 25.06.1965. Bun de tipar 30.10.1965.
Apărut 1965.
Comanda nr. 6539. Tiraj 25.120.
Hîrtie offset A de 100 g/m², ft. 700×1000/16.
Coli editoriale 3,75. Coli tipar 4.
A. T. 7578. C. Z. pentru bibliotecile mici 8R—93.

Tiparul executat sub comanda nr 1498 la
Intreprinderea Poligrafică „13 Decembrie 1918",
Str. Grigore Alexandrescu nr. 93—95, Bucureşti,
Republica Socialistă România


II
VIII
IX
X

# CUM AU CUNOSCUT OAMENII NUMERELE

Fiecare dintre voi aţi cunoscut numerele mai înainte de a vă duce la şcoală, fiindcă aţi auzit nume de numere amestecate printre celelalte vorbe şi aţi văzut semnele lor imprimate pe multe dintre lucrurile ce vă erau la îndemînă.

Dar de demult, cînd oamenii trăiau prin păduri sau prin peşteri, ştiau ce sînt numerele? Desigur că nu! Atunci cum şi cînd au început să le cunoască?

Veţi afla aceasta citind *Povestea numerelor*. Îi spunem povestea... dar nu vom începe-o cu... *a fost odată*, pentru că unele dintre faptele petrecute cu sute de mii de ani în urmă se repetă şi acum. Ca să vă încredinţaţi, n-aveţi decît să cercetaţi descrierile făcute de exploratori asupra populaţiilor rămase în urmă pe treptele civilizaţiei, ori să aflaţi cum ţineau socoteala turmelor ciobanii bătrîni, neştiutori de carte, sau încă, să vă amestecaţi în joaca unui copil de vreo 2—3 ani, vîrstă la care, cu rare excepţii, el nu ştie nimic despre numere! Daţi-i, de pildă, trei nuci şi lăsaţi-l să se joace cu ele pînă ce se obişnuieşte şi vedeţi că-i plac. Apoi, fără să bage de seamă, luaţi-i una. De îndată va observa lipsa şi va începe să

plîngă. Ştiţi de ce? Pentru că, deşi el nu poate să numere, ca să ştie că a avut *trei nuci*, el consideră *grămada celor trei nuci* ca pe un *tot*, ca pe o jucărie formată din nucile care le ţinea minte *pe fiecare în parte*. Luîndu-i o nucă, nu ştie că i-au rămas *două* nuci, dar vede că i s-a stricat jucăria, că nu mai are grămada cu care era obişnuit.

Şi, chiar dacă aţi încerca să-l împăcaţi dîndu-i *alt obiect* în schimb, nu veţi reuşi, pentru că acel obiect nu-i reface grămada iniţială de trei nuci. Pentru el, grămada lui de nuci şi-a pierdut proprietatea caracteristică, aceea de a se compune *tocmai din trei nuci*, tot aşa după cum îşi pierde un măr culoarea şi forma cînd e curăţat de coajă şi tăiat bucăţi.

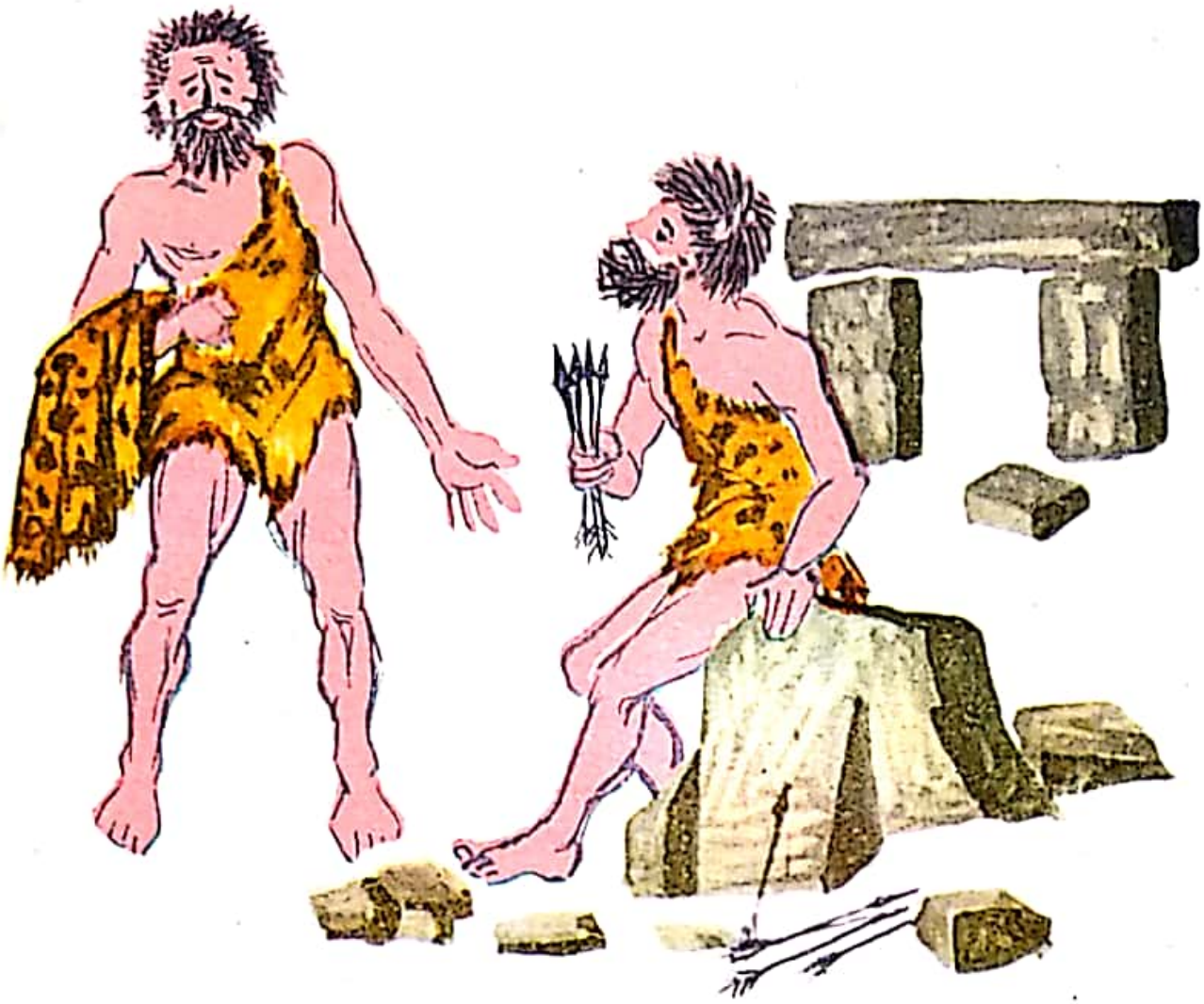
Acelaşi lucru s-a întîmplat odinioară, cînd oamenii nu aveau case şi locuiau de-a valma cu maimuţele printre crengile copacilor! Cînd culegeau fructe sau smulgeau rădăcini cu care se hrăneau, ei deosebeau destul de bine o grămadă de două fructe sau rădăcini,

de alta de trei, deşi pe atunci nu le trecuse încă prin minte că ar fi vreodată în stare să ştie ce înseamnă un număr! Mai tîrziu, cînd oamenii s-au adăpostit pe sub stînci sau prin peşteri şi au început să cioplească piatra, ei se simţeau cu atît mai puternici şi mai în siguranţă cu cît aveau mai mult vînat, mai multe piei de animale, mai multe unelte, mai multe toporaşe sau vîrfuri de săgeţi, mai multe vite adunate în preajma locuinţelor lor. Nu ştiau nici atunci să numere, dar numărul se găsea mereu alături de ei şi lua o înfăţişare plăcută cînd reprezenta mulţimea obiectelor pe care le puteau folosi spre binele lor, sau una înfricoşătoare atunci cînd se ivea ca o mulţime duşmană care-i ameninţa şi de care trebuiau să se apere! Nu ştiau ce este numărul, dar băgau de seamă, ca şi copilul cu care v-aţi jucat, lipsa unei vite rătăcite de turmă, sau dispariţia uneia dintre uneltele cioplite cu atîta trudă.

La început, cînd numărul lucrurilor sau al fiinţelor înconjurătoare era mic, el era uşor de ţinut minte fie prin memorarea fiecărui obiect în parte, fie prin figura pe care o forma grămada obiectelor din acea mulţime. Figura respectivă era considerată ca o *proprietate a acelei grămezi*, la fel ca parfumul unei flori, culoarea unei frunze sau gustul unui fruct.

Oare nu-i şi azi tot aşa? Dacă aveţi pe masă patru creioane, trebuie să le mai număraţi ca să stabiliţi că vă lipseşte unul sau două dintre ele? Desigur că vă daţi seama dintr-o singură privire dacă sînt sau nu toate cele *patru* creioane. Dar dacă în loc de patru ar fi zece creioane, atunci ar fi mai greu să vă daţi seama, dintr-o privire şi *fără să le număraţi*, dacă sînt toate sau nu. Grupele cu puţine obiecte sînt uşor de ţinut minte şi cu ajutorul lor strămoşii noştri au făcut cunoştinţă cu numerele.

Atîta vreme cît au trăit în triburi izolate, oamenii nu aveau nevoie de numere, fiindcă ei cunoşteau fiecare obiect în parte. De aceea, pe atunci nici nu şi-au creat cuvinte anume pentru numere, ci au folosit pentru numere chiar cuvintele obiectelor care au trezit în mintea lor ideea de număr. Aşa, de exemplu, ei spuneau: *doi ochi, două aripi, două mîini, două picioare* ş.a.m.d. Dar dacă ar fi vrut careva să spună *numărul doi* nu ar fi putut-o face, fiindcă



*doi* nu însemna nimic! Ei nu aveau cunoştinţe decît de existenţa a *doi ochi,* cu alte cuvinte cînd se gîndeau la ochi, ei vedeau formînd împreună o pereche; la fel *două urechi;* urechile aveau această proprietate de a fi în număr de două ca şi aripile. Dar de aici şi pînă cînd au făcut legătura cu faptul că o zi şi o noapte la un loc, urmată de altă zi şi altă noapte, formează *două zile* şi *două nopţi* şi deci că reprezintă *acelaşi număr* ca şi acel al *aripilor unei păsări,* s-au scurs multe mii de ani!

Călătorii din secolul trecut, care s-au împrietenit fie cu oamenii din triburile africane, fie cu pieile roşii din America, fie cu locuitorii unor insule din Oceanul Pacific, povestesc că la multe din aceste popoare nu existau cuvinte cu care să se poată număra mai departe

de doi. Ei foloseau numai termenii *unu, doi* şi *mai mult*. Dacă voiau să spună că au o grămadă mai mare decît de două nuci de cocos sau de alte obiecte, atunci pronunţau cuvîntul *atîta* şi unii dintre ei smulgeau o tufă de iarbă şi o arătau, alţii luau un pumn de nisip, iar alţii o grămadă de frunze căzute jos. În alte triburi, oamenii se apucau cu amîndouă mîinile de păr rostind cuvîntul *păr*, care însemna totodată şi *mult*. De altfel şi în limba noastră întîlnim asemenea expresii străvechi. Aţi auzit că se spune „lume multă cît păr în cap" în loc de „foarte multă lume". Acei dintre voi care au învăţat „Scrisoarea a III-a" îşi amintesc de acele versuri minunate prin care Baiazid se făleşte cu oastea înfruntată de el la Nicopole:

*Cînd văzui a lor mulţime, cîtă frunză, cîtă iarbă,*
*Cu o ură ne-mpăcată mi-am şoptit atunci în barbă...*

Folosind această expresie populară *cîtă frunză, cîtă iarbă*, Mihai Eminescu evocă, într-o formă poetică, marea mulţime a oştenilor de la Nicopole. Baiazid nu precizează *cîţi oameni anume* au putut fi acolo, dar lasă să se înţeleagă că ei erau aşa de mulţi că nici nu puteau fi număraţi, aşa cum nu poate fi numărată frunza şi iarba.

De-abia cînd oamenii dintr-un trib au început să facă schimb de mărfuri cu cei din alte triburi, ei s-au străduit să precizeze cîte obiecte aveau, şi cîte obiecte puteau obţine în schimb. Iată o pricină care a determinat pe strămoşii noştri să treacă de la o vagă apreciere a unei mulţimi la numărarea obiectelor care o compun.

Desigur că voua, care aţi învăţat să număraţi din clasa întîi sau încă de mai înainte, vă vine greu să credeţi că a existat o vreme cînd oamenii puteau stabili exact numărul obiectelor dintr-o mulţime fără să ştie să numere ca voi şi fără să cunoască numerele! Pentru a vă putea da seama că acest fapt este posibil, vă propun să intrăm împreună într-un cinematograf. Iată, filmul n-a început încă şi în sală e lumină, aşa că putem privi în voie la spectatorii care stau pe scaune. Aveţi în faţa voastră două mulţimi: aceea a oamenilor şi a scaunelor. Fără să ştiţi numărul lor, aţi putea spune,

dintr-o privire, care dintre aceste două mulțimi este mai mare sau dacă ele sînt egale? Desigur! Dacă vedeți scaune goale, înseamnă că numărul oamenilor e mai mic decît acela al scaunelor, dacă toate scaunele sînt ocupate și oamenii umblă printre rînduri, căutînd zadarnic un loc, înseamnă că mulțimea oamenilor o întrece pe aceea a scaunelor și dacă nici un om nu stă în picioare și nici un scaun nu-i liber, atunci cele două mulțimi sînt la fel de numeroase! Cam așa au procedat și oamenii primitivi, cînd au avut de numărat mulțimile lor de bunuri. Ei au început să împerecheze obiectele din grămada de numărat cu alte obiecte dintr-o grămadă care le era la îndemînă. Și care grămadă putea fi mai la îndemînă decît o grămadă de pietricele, de nuiele, de scoici, de grăunțe sau degetele de la o mînă, de la cele două mîini, de la picioare? Tînărul care-și adunase cîțiva colți de lup din care intenționa să facă mărgele de pus la gît, putea atinge cu degetele pe rînd cîte un dinte, începînd cu degetul cel mic de la mîna stîngă și, dacă cele cinci degete nu-i ajungeau, continua cu degetele de la mîna dreaptă, începînd de la cel mare. Dacă avea opt colți, ținea minte că s-a oprit la degetul mijlociu de la mîna dreaptă. Astfel știa precis cît era de mare șiragul mărgelelor sale, deși nu putea număra pînă la opt! Dacă mulțimea obiectelor întrecea pe aceea a degetelor de la mîini, se foloseau și degetele de la picioare, sau încheieturile degetelor, pumnul, cotul, umerii etc. Unele triburi însemnau numărul obiectelor prin nodurile făcute pe o frînghie, sau prin linii paralele crestate pe oasele de animale, pe coarnele de vită, pe bețele de bambus ori pe scîndură.

Ați auzit de răboj? Pînă nu de mult el a fost condica de socoteli a ciobanilor noștri care nu știau să numere. Ei adunau vara oile de la oamenii din sat și le duceau la munte fără să le încurce, sau să le rătăcească. Dacă pe un asemenea cioban l-ați fi întrebat cîte oi are în seama lui, n-ar fi putut răspunde, dar v-ar fi putut arăta cu ușurință care sînt oile lui Badea Trifan și care ale leliței Domnica. Cînd i se rătăcea vreuna, o știa fără să le numere. Își scotea cușma, se scărpina după ureche și se întreba îngîndurat, înainte de a o căuta: „Pe unde o fi rămas mioara cea șută a lui bădița Teodor?“

Le ştia pe toate, fiindcă le ţinea minte, pe fiecare după vreun semn al ei distinctiv. Iar cu oamenii de la care luase oile şi mieii făcea socotelile înscrise pe răboj. Ştiţi cum arăta ? Ca o scîndurică încrestată. Întîi ciobanul cresta pe o scîndură mai lată cîte o linie de fiecare cap de oaie sau miel, apoi o tăia de-a latul, ca liniile săpate să rămînă de o parte şi de alta ; una din părţi o păstra el, iar cealaltă stăpînul oilor. Cînd revenea cu oile acasă, cele două bucăţi erau împreunate, crestătură la crestătură, şi la fiecare semn de pe răboj, ciobanul răspundea cu o oaie. Săpăturile arheologilor au arătat că răbojul, în forme variate, a fost folosit de oamenii care au trăit cu zeci sau chiar cu sute de mii de ani în urmă.

Despre un alt mijloc de a reprezenta numerele amintesc romanii, ei spun că strămoşii lor, etruscii, serbau întîmplările deosebite din viaţă, bătînd în fiecare an cîte un cui într-un anume copac. Cuiele bătute arătau cîţi ani au trecut de la acel eveniment : un cui şi încă unul şi încă unul însemna : un an şi încă un an şi încă unul... Urme ale acestui mod de a nota numerele prin repetarea unităţii s-au păstrat pînă în zilele noastre. Le ghiciţi unde ? Mai întîi

la pendul! Nu indică el ora repetînd, de atîtea ori o bătaie, cîte ore sînt? Dar zarurile sau pietrele de domino? Pe acestea, numerele sînt figurate printr-o grămadă de puncte: 3 prin trei puncte; 6 prin şase puncte ş.a.m.d.

V-am descris două feluri de a reprezenta un număr fără să fie nevoie să ştii ceva despre ele. Vă plac? De la această metodă şi pînă la scrierea şi citirea numerelor aşa cum o învăţaţi la şcoală, cărarea a fost lungă, întortocheată şi greu de străbătut. Exploratorii din secolul trecut povestesc despre unele triburi atît de înapoiate, că oamenii adormeau sau începeau să plîngă atunci cînd erau siliţi să se concentreze ca să poată răspunde dacă era vorba de trei sau patru obiecte.

Azi nimeni nu poate trăi fără să cunoască numerele. În viaţa de toate zilele numerele intervin de dimineaţă pînă seara. Vă treziţi la o *anumită* oră pe care o vedeţi şi o citiţi pe cadranul ceasului, apoi plecaţi la şcoală la *o oră anumită*, părinţii voştri pleacă la serviciu consultînd şi ei ceasul care le arată *un număr*. Casa în care locuiţi are şi ea *un număr*, cea în care vă duceţi la fel. Pantofii pe care-i

purtați au *număr*, telefonul are *număr*, dacă vreți să cumpărați ceva trebuie *să numărați* banii și să știți ce rest aveți de încasat. Tramvaiele și autobuzele au *numere*, la cinematograf căpătați un bilet *numerotat* și, intrînd în sală, căutați *numărul* scaunului corespunzător celui indicat pe bilet ș.a.m.d. Oriunde am întoarce ochii, întîlnim numere și folosirea numerelor ne ajută și ne simplifică viața. De altfel nici nu este greu să scrieți sau să citiți un număr chiar dacă ar fi mare, cu sute de mii, ca de pildă 196 053 ! Ați scris 196, apoi ați pus un zero pentru sutele care lipsesc și ați completat numărul scriind 53. Ba, mai mult, după ce l-ați scris pe hîrtie, chiar dacă hîrtia ar fi privită de un coleg de-al vostru din Franța sau Siberia, din China sau din India, din Vietnam, Chile, Brazilia etc., deși fiecare din ei va pronunța altfel numărul, cu toții se vor gîndi la același număr : *196 053*. Oare acum vreo mie, două, trei mii de ani în urmă era la fel ? Vă voi răspunde prin povestea fiecăruia dintre cele zece semne sau cifre pe care le folosiți azi ca să puteți scrie un număr oricît de mare ați vrea.

# NUMĂRUL UNU

Numărul *unu* se scrie cu ajutorul cifrei 1. Nu-i acelaşi lucru numărul unu şi cifra 1, deşi uneori, în vorbirea de toate zilele, se spune cifră şi cu înţeles de număr. Prin cifra 1 se înţelege semnul cu care se scrie numărul 1. Acest semn al numărului *unu* reprezintă imaginea simplificată a unui deget ridicat în sus, sau a unui băţ înfipt vertical. Deşi adoptat de cele mai multe dintre popoarele lumii, el nu este şi nu a fost singurul semn folosit pentru a indica numărul *unu*. În China şi Japonia numărul unu se însemna (uneori se mai înseamnă şi azi) printr-o linioară orizontală (-), imagine a unei crenguţe aşezate pe pământ. Populaţia din tribul Maya[1] nota cifra numărului unu cu un punct (.), amintire a pietricelei cu care probabil că numărau strămoşii lor, înainte de a fi cunoscut scrisul.

[1] Poporul indian Maya (numele vine de la mais = porumb), care a locuit în peninsula Yukatan din golful Mexic, a cunoscut cu patru milenii î.e.n. scrierea şi citirea numerelor. Prin veacul al IV-lea e.n. ajunsese la o înaltă cultură ştiinţifică, avînd printre altele şi un sistem de numeraţie bine precizat. Această cultură a fost distrusă de cuceririle spaniole din sec. al XVI-lea.

Unele popoare au folosit drept numere literele alfabetului. Astfel, vechii greci notau numărul 1 prin litera α (alfa), slavii prin litera *a* slavon — Ā (az barat), la fel au procedat şi fenicienii şi vechii evrei. Cuvîntul prin care se pronunţa *numărul unu* varia de la popor la popor, chiar dacă îl scriu cu aceeaşi cifră. Aşa, de pildă, romanii spuneau : unus, una ; italienii spun : uno, una ; francezii scriu : un, une ; englezii : one ; germanii : ein ; ruşii : odin, odna etc. Dar, deşi numărul *unu* se scrie şi, mai ales, se pronunţă în diferite chipuri de către popoarele din grupul indo-european, cercetătorii specialişti în probleme de limbă au stabilit că toate aceste cuvinte sînt înrudite între ele şi provin de la cuvîntul *eca*, de origine sanscrită.[1]

La început, cuvîntul *eca* nu a avut înţeles de *unu*, ci însemna un lucru care se află mereu singur, de pildă Luna sau Soarele. Atunci, cînd omul a vrut să arate că e vorba de un singur obiect : de o pasăre, de un animal, de un izvor, a întărit această arătare luînd ca model Luna (sau Soarele), adică rostind cuvîntul *eca*. Azi aşa, mîine aşa, cuvîntul *eca* fiind pronunţat de mii şi mii de ori din generaţie în generaţie a căpătat un al doilea înţeles, acela de *unu*. Apoi, din cauza războaielor şi a amestecului de populaţie, limba s-a schimbat, Luna (sau Soarele) a avut alt nume, iar *eca* a păstrat numai înţelesul de *unu*. Că a fost aşa, a rămas un semn, anume cele două forme separate ale lui *unu*, o formă pentru masculin şi alta pentru feminin : *un stejar, o stea*. Aceasta nu se mai întîmplă cînd e vorba de opt stejari sau opt stele ! De ce ? Pentru că pînă ce au ajuns la numărul opt oamenii au înţeles ce este *numărul*. După ce au început să scrie numerele, văzînd semnele prin care le reprezentau, ei s-au deprins să privească numărul ca pe ceva fără gen, fără culoare, fără miros, ceva care rămîne acelaşi oricare ar fi obiectele ce le reprezintă, cu condiţia ca grămada de obiecte să păstreze aceleaşi unităţi. Trei nuci, trei pietre, trei flori, trei oameni se exprimă prin acelaşi număr *trei*, care nu are nici gust de nucă, nu este tare ca

[1] Limba sanscrită, vorbită odinioară în India este deosebit de importantă pentru literatura bogată scrisă în această limbă ; ea a exercitat o influenţă puternică asupra multor limbi de mai tîrziu.

o piatră, n-are parfum de floare şi nici minte de om, nu-i nici masculin, nici feminin, ci este un *număr abstract*.

Cît priveşte *numărul unu*, istoria lui este tragică! Timp de 2 000 de ani, *unu* nu a avut dreptul să fie numit *număr!* Nu glumesc, dacă nu mă credeţi, deschideţi o carte de aritmetică publicată în Europa să zicem prin 1589. Veţi da acolo peste următoarea afirmaţie: „Unu nu este un număr!" În alta, scrisă tot în secolul al XVI-lea şi tot în Apus, veţi citi: „Cifrele care reprezintă numerele sub zece sînt următoarele opt: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 şi 9".

Nedumeriţi, vă întrebaţi poate de cînd şi de ce a fost îndepărtat *numărul 1* din familia numerelor? Aceasta s-a întîmplat prin secolele V—IV î.e.n., atunci cînd matematicienii greci au pus bazele ştiinţei despre numere, ştiinţă pe care tot ei au numit-o Aritmetică[1]! În lu-

[1] În greceşte arithmos = număr şi tehne = artă, meşteşug. Deci Aritmetica = arta de a număra.

crarea rămasă celebră *Elementele*, scrisă de Euclid prin sec. III î.e.n. — care este şi una dintre cele mai răspîndite cărţi din lume — găsiţi următoarele definiţii pentru unitate şi pentru număr: *Unitatea este aceea potrivit căreia fiecare lucru se numeşte unu. Iar număr este o mulţime compusă din unitate.* Aşadar grecii nu priveau *unitatea* ca pe un număr, ci ca *originea* şi *baza* numerelor! De la greci, această idee a fost luată de arabi şi aşa a ajuns în Europa. Aici ea a avut susţinători chiar pînă prin veacul al XVIII-lea, deşi încă din veacul al XVI-lea se începuse lupta pentru reintegrarea numărului unu în mulţimea numerelor! Această luptă nu putea avea sorţi de izbîndă cîtă vreme nu existau date ştiinţifice noi care să combată ideile învechite. Ca să vă distrez, vă voi da un exemplu de felul în care se discuta atunci:

— *Unu* este un număr, fiindcă partea este de aceeaşi natură cu întregul! afirmau matematicienii progresişti.

— Dar un semicerc este totuna cu un cerc? întrebau, cu şiretenie, reacţionarii. Semicercul nu este şi el o parte dintr-un cerc?

Problema *numărului unu* a putut fi rezolvată definitiv de-abia la sfîrşitul veacului al XIX, cînd s-a precizat noţiunea de număr în lumina noilor rezultate stabilite. De atunci *unu* a redevenit număr; aşa că el, cel mai bătrîn dintre numere, este totodată şi cel mai tînăr!

17-177

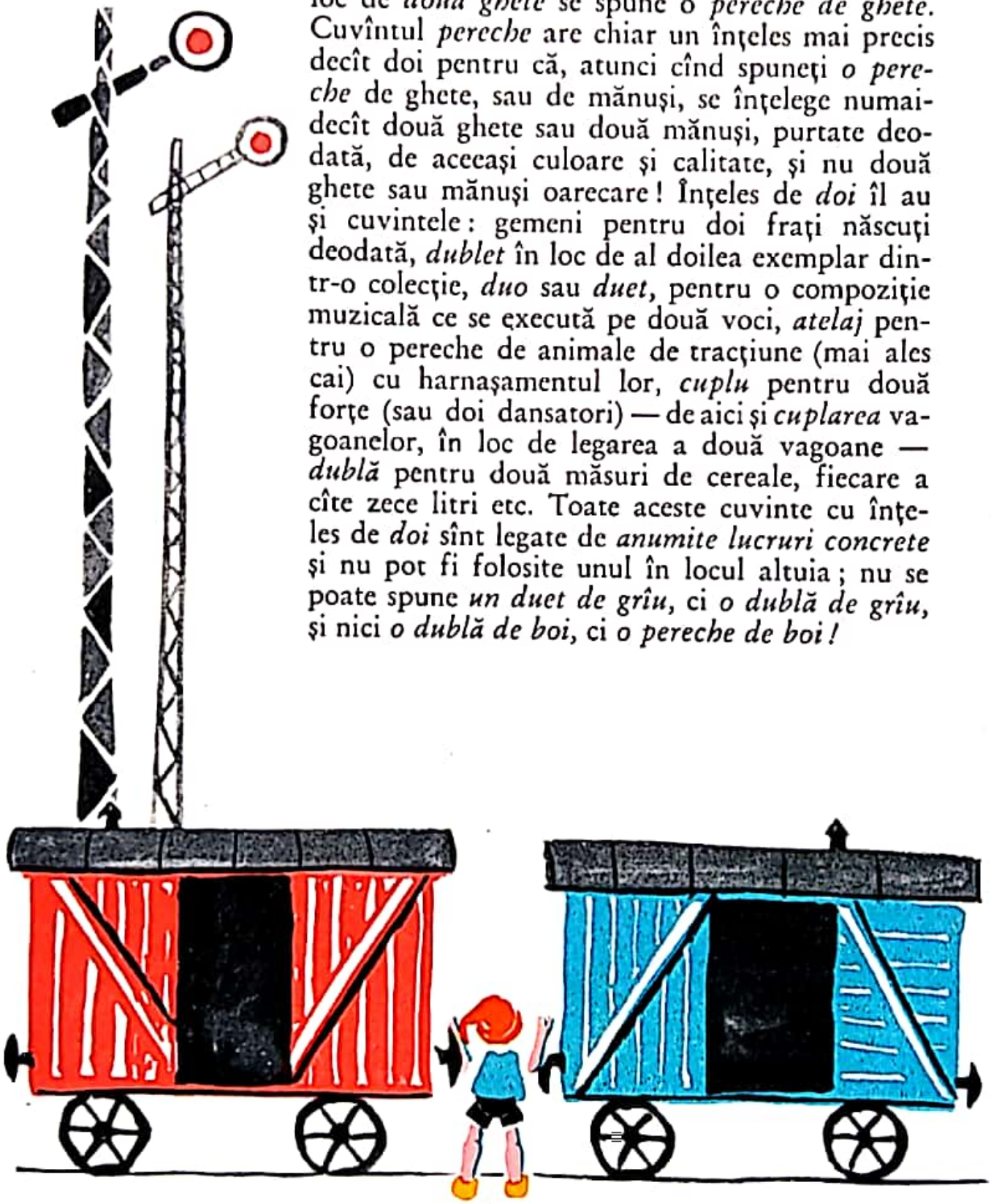
## NUMĂRUL DOI

Privind cu admirație la zborul păsărilor, în fîlfîitul aripilor lor, omul cavernelor a găsit o frumoasă întruchipare a numărului doi. Poate că el observase numărul doi și mai înainte, cînd tremura în fața celor două șiruri de dinți din gura larg deschisă a tigrului, gata să-l sfîșie, sau cînd privea perechea de ochi a tovarășului său drag. Dar pe atunci el nu înțelegea că cele două rînduri înfricoșătoare de dinți ar putea avea ceva comun cu cei doi ochi blînzi!

Se pare că mișcarea grăbită sau încetinită a aripilor întinse în albastrul cerului a trezit în om imaginea numărului doi, deoarece în multe triburi se păstrează pînă azi *ca nume* pentru *doi*, cuvîntul *aripi*. Sînt însă și triburi în care *numărul doi* se exprima prin *ochi*, sau *urechi*, sau *brațe* ș.a.m.d. Tot un astfel de înțeles trebuie să-l fi avut la origine și cuvîntul sanscrit *dva* (doi) de la care s-a format cuvîntul *doi* în toate limbile europene.

Numărul *doi*, ca și *unu* se declină. Spunem *doi ochi*, dar *două urechi*. Găsim și aici o urmă străveche a faptului că numărul a fost privit la început ca o proprietate a unei mulțimi de obiecte. Tot așa se explică de ce s-au păstrat în limbă multe alte cuvinte

care au înțeles *de doi*. De exemplu, *pereche*. În loc de *două ghete* se spune o *pereche de ghete*. Cuvîntul *pereche* are chiar un înțeles mai precis decît doi pentru că, atunci cînd spuneți *o pereche* de ghete, sau de mănuși, se înțelege numai-decît două ghete sau două mănuși, purtate deodată, de aceeași culoare și calitate, și nu două ghete sau mănuși oarecare! Înțeles de *doi* îl au și cuvintele: gemeni pentru doi frați născuți deodată, *dublet* în loc de al doilea exemplar dintr-o colecție, *duo* sau *duet*, pentru o compoziție muzicală ce se execută pe două voci, *atelaj* pentru o pereche de animale de tracțiune (mai ales cai) cu harnașamentul lor, *cuplu* pentru două forțe (sau doi dansatori) — de aici și *cuplarea* vagoanelor, în loc de legarea a două vagoane — *dublă* pentru două măsuri de cereale, fiecare a cîte zece litri etc. Toate aceste cuvinte cu înțeles de *doi* sînt legate de *anumite lucruri concrete* și nu pot fi folosite unul în locul altuia; nu se poate spune *un duet de grîu*, ci *o dublă de grîu*, și nici *o dublă de boi*, ci *o pereche de boi!*



Ca să numere peştii sau fructele pe care le vindeau multe popoare insulare, le împerecheau şi astfel au ajuns la un sistem de numeraţie bazat pe numărul doi. Ei vorbesc numai de perechi şi cînd zic 10 perechi, înseamnă că au numărat pînă la 20. Foarte probabil că această metodă de numărare, fiind mai rapidă, a avut o largă circulaţie în trecut. Ea a lăsat urme şi în anumite expresii, unde numărul doi apare cu sens nedeterminat, ca de exemplu: *am să-ţi spun două vorbe,* sau: *la doi paşi de aici,* sau: *să-mi scrii vreo două rînduri.* Cu vreo 3 000 de ani înainte de era noastră, chinezii au inventat un sistem de numeraţie, în care toate numerele erau formate numai cu ajutorul lui 1 şi 2. De pildă, în loc de 3 spuneau 2 şi 1, în loc de patru spuneau 2 şi 2 ş.a.m.d. Un asemenea sistem de numeraţie format numai cu numerele 1 şi 2 se numeşte *binar.* El are azi o foarte importantă aplicaţie la construirea maşinilor electronice de calculat. Ceva asemănător s-a constatat la unele triburi primitive care, deşi nu posedă decît două nume, unul pentru numărul unu, *(urapun)* şi altul pentru doi *(ocosa),* pot număra pînă la şase astfel: urapun (1), ocosa (2) ocosa urapun (3=2+1), ocosa-ocosa (4=2+2), ocosa-ocosa-urapun (5=2+2+1) şi ocosa-ocosa-ocosa (6=2+2+2). Mai departe de 6 ei nu pot număra şi pentru a exprima un număr mai mare decît 6 se apucă cu mîinile de cap!

Numărul 2 a fost reprezentat la început prin repetarea semnului caracteristic pentru unu, adică prin două bare verticale (II), de către romani, egipteni, babiloneni şi alţii; prin două bare orizontale (=) de către arabi şi chinezi sau, prin două puncte (..) de către populaţia Maya. O dată cu progresul civilizaţiei aceste semne pentru numărul doi s-au modificat. Astfel egiptenii au legat cele două bare verticale obţinînd forma μ care e folosită şi azi de către arabi şi perşi pentru cifra 2. Tot aşa din cele două bare orizontale scrise legat a derivat forma actuală a cifrei 2 (Z). Pînă la inventarea tiparului, în manuscrisele matematice europene se aflau ambele forme ale cifrei 2: μ şi Z, dar din secolul al XV-lea nu a mai fost întrebuinţată altă formă decît 2.

## NUMĂRUL TREI

Din cele mai vechi timpuri oamenii au arătat o deosebită consideraţie numărului trei. Piramidele ridică spre cer feţe care au forma unor triunghiuri uriaşe, toate templele construite în antichitate cuprind motive decorative în care apare grupul de trei : trei lei, trei elefanţi, trei şerpi, trei balauri, trei urşi, trei coloane ş.a.m.d. În poveşti, în mitologie, în cîntece şi proverbe se aminteşte de numărul trei. În literatură au fost compuse multe *trilogii,* adică opere formate din trei părţi, în pictură de asemenea s-au făcut tablouri compuse din trei părţi separat, legate apoi între ele, numite „triptic".

De ce oare numărul 3 s-a bucurat de atîta atenţie din partea oamenilor ? Secretul ni-l destăinuie cuvîntul latinesc *trans*, înrudit de aproape cu trei, care are înţeles de *a trece dincolo.*

Aşadar, numărul 3 a avut cîndva şi înţelesul de *a trece dincolo.* Unde ? Dincolo de bariera pusă de numărul doi ! Trecerea dincolo de numărul 2 a însemnat *un mare pas înainte,* în gîndirea omului primitiv ! Stau mărturie atîtea triburi rămase pînă nu de mult într-o

stare înapoiată care nu au în limba lor un cuvînt pentru numărul trei, ci doar pentru *unu, doi* şi *mai mult*. Sînt alte triburi care cunosc numărul trei în forma lui primitivă. Anume au numiri diferite pentru *trei copaci, trei bărci, trei oameni*, fără ca să aibă un nume special pentru numărul *trei*. Pentru ei *trei bărci* şi *trei zile* nu reprezintă două înfăţişări deosebite ale numărului trei, ci sînt două noţiuni cu totul diferite una de alta.

În limba sanscrită cuvîntul *tri* de la care s-a format şi numeralul *trei* înseamnă *a intercala, a adăuga, a introduce* un lucru nou într-un şir care exista de mai înainte. Aşadar din înţelesul acestui cuvînt se vede că numărul trei a apărut tîrziu, după ce cele două numere 1 şi 2 erau binecunoscute.

Ca şi numărul doi, trei a fost reprezentat în scris prin trei bare verticale (III), trei bare orizontale ≡ sau trei puncte (...). Prin legarea celor trei bare orizontale s-a ajuns la forma actuală a cifrei 3 (ȝ). Arabii îl notează pe 3 prin semnul ℕ format prin unirea celor trei bare verticale. Grecii, slavii, fenicienii şi evreii au notat pe 3 cu a 3-a literă din alfabetul lor.

# NUMĂRUL PATRU

Numărul patru i-a devenit familiar omului primitiv privind în cele *patru părți ale lumii*, cum spune Eminescu în „Călin", adică înainte, înapoi, la stînga și la dreapta, sau observînd cele patru picioare ale animalelor pe care le întîlnea la tot pasul.

În multe dintre monumentele străvechi se observă atenția omului pentru numărul 4. Egiptenii au construit uriașele lor piramide dîndu-le ca bază un patrat. Vechii greci considerau lumea formată din patru elemente: apă, pămînt, aer și foc. Și azi numărul 4 intervine destul de des în viața de toate zilele. Camera în care locuim are patru pereți, coperta unei cărți și tablourile au formă dreptunghiulară, anul are patru anotimpuri. Sistemul de a grupa obiectele în cîte patru a intrat de mult în comerțul din toate țările: pîinea se taie în patru sferturi, diferite lichide se vînd în sticle de cîte un sfert de litru ș.a.m.d. La unele triburi din regiunile tropicale se întîlnește numărarea din 4 în 4. De pildă fructele arborelui de pîine se înnoadă în mănunchiuri de cîte patru la un loc, ceea ce face ca băștinașii să le numere pe noduri, adică cîte patru deodată.

De altfel şi multe proverbe sau expresii sînt legate de numărul 4. Astfel se spune: *despică firul de păr în patru, să vorbim între patru ochi,* sau *să fii cu ochii în patru,* sau *s-a umflat cît patru.*

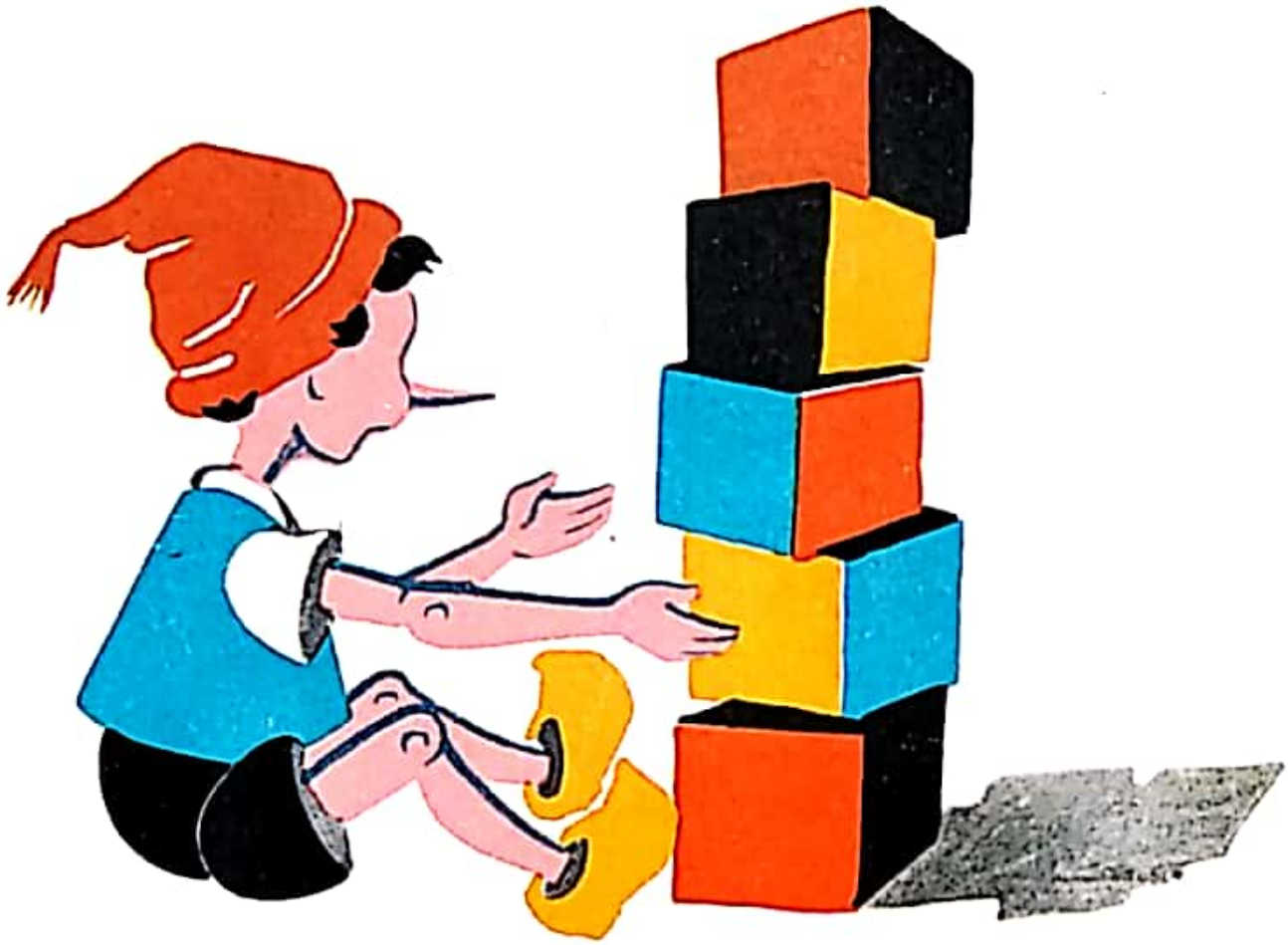
Cuvîntul *patru* derivă din cuvîntul sanscrit „catur" care înseamnă *a repartiza în grupe de cîte două.* Numirea ne arată că numărul 4 a fost introdus *printr-o operaţie aritmetică:* aceea de grupare a obiectelor luate două cîte două, şi deci de abia atunci cînd relaţiile sociale au impus folosirea lui.

Ca semne pentru numărul 4 regăsim repetarea unității de patru ori sub cele trei forme întîlnite la numărul 3 și anume (IIII), ≣ , (⁘). În sanscrită 4 a fost notat prin simbolul ( ४ ), iar arabii folosesc semnul ٤ , care rezultă din reunirea celor patru bare orizontale. Aceste semne se întîlneau pînă în sec. al XV-lea și în manuscrisele din Europa, alături de altele ca ९ sau 4 . Romanii l-au scris la început prin patru bare verticale, iar mai tîrziu au întrebuințat semnul IV.

O dată cu introducerea numărului 4 oamenii au putut efectua și operații între numere, de pildă, scăderea. Ei au observat că luîndu-se două din grupa de patru obiecte rămîn două, sau luîndu-se trei rămîne unul. Aceste rezultate care vă par foarte simple nu păreau tot așa și odinioară, cînd oamenii nu găsiseră încă modul de a scrie numerele sau de a reprezenta operațiile dintre numere, ca acum : 4—2=2 sau 4—3=1 !

## NUMĂRUL CINCI

Foarte des aţi întîlnit cifra romană cinci (V), fie prin cărţi la numerotarea capitolelor sau a paginilor unei prefeţe, fie privind cadranul unui pendul sau vreo inscripţie de pe un monument ş.a.m.d. Aţi putea spune ce reprezintă şi de ce au ales romanii acest semn pentru numărul cinci? Pe *patru* ei l-au notat mai întîi prin patru linii verticale (cele 4 degete de la o mînă). Dacă nu aţi răspuns încă la întrebare, ridicaţi mîna cu degetele răsfirate. Veţi avea imaginea numărului 5 (V) aşa cum îl scriau romanii. Iată dar că romanii au adoptat desenul schematic al unei mîini ca simbol pentru numărul 5 şi nu au repetat 5 linii verticale! E adevărat că 5 linii verticale, orizontale, sau 5 puncte puse unele după altele se disting mai greu dintr-o privire. Nici egiptenii şi nici babilonenii, care au scris toate numerele de la 1 pînă la 9 prin repetarea liniei verticale (a unităţii), nu aşezau, cînd îl scriau pe 5, liniile într-un singur şir, ci pe două şiruri, sub forma următoare: ⁞. Tot aşa în scrierea Maya, unde numărul 4 este reprezentat prin 4 puncte (::), numărul 5 se notează cu o bară orizontală (—). Chiar în însemnările pe răboj



cînd se ajunge la numărul 5 nu se mai crestează o linie ca celelalte, ci ea se taie cu o alta verticală, sau se pune una înclinată, aşa fel ca să se deslușească de celelalte.

Nu vedeţi oare aici o preocupare generală a oamenilor ca să-l deosebească pe *cinci* de celelalte patru numere dinaintea lui, şi de cele ce-l urmează ? De ce oare ? Pentru că omul a numărat la început pe degete, şi o mînă are 5 degete.

Aproape în toate triburile indiene din America de Sud numărul 5 se exprimă prin cuvîntul *mînă,* iar în cele din Australia lui 5 i se zice *jumătate dintre degete.* Cuvîntul *panca,* care înseamnă în limba sanscrită 5 şi de la care derivă numirea actuală — cinci — are înţeles de *întinde mîna.*

Cercetările făcute asupra felului de a număra în antichitate sau la popoarele rămase în urmă pe treptele civilizaţiei au arătat că cele

mai răspîndite sisteme de numeraţie au la bază acest număr al degetelor fie de la o mînă (adică 5), fie de la cele două mîini (adică 10).

În englezeşte numerele de la 1 la 10 se numesc *digits* (degete). Cuvîntul lămureşte legătura care exista între degete şi numărare.

Cum au învăţat oamenii să numere este altă poveste, care vă voi spune-o, poate, altădată. Aici ţin să vă atrag atenţia numai asupra faptului că nu-i de ajuns să cunoşti numerele şi nici să le dai cîte un nume ca să poţi număra! Un copil de 3—4 ani poate să spună trei, doi, cinci, patru şi chiar să cunoască semnele numerelor, dar el nu ştie să numere, fiindcă nu ştie în ce ordine trebuie să pună numerele, el nu ştie că 4 urmează după 3, deoarece $3+1=4$ şi că 3 urmează după 2, pentru că $2+1=3$! Abia cînd omul a înţeles necesitatea de a ordona numerele, unele după altele, în ordinea naturală pe care o cunoaşteţi, el a învăţat să numere! Şi e sigur că omul din peşteră sau chiar cel din primele triburi ce s-au format pe pămînt a trebuit să aibă grijă multe zeci de mii de ani de grămada lui de pietricele, scoici, grăunţe sau nuiele, pînă cînd a învăţat să numere pe degete. Nimeni nu-l cunoaşte pe descoperitorul acestui minunat proces de numărare şi nimeni nu ştie cînd s-a petrecut faptul. Se poate doar afirma că, de atunci de cînd s-au pus bazele sistemului zecimal de numeraţie, s-au deschis şi zările viitoarelor concepţii tehnico-ştiinţifice ale civilizaţiilor din lumea noastră de pe pămînt.

Forma actuală a cifrei 5 nu derivă din nici una dintre cele folosite anterior. În sanscrită numărul 5 se însemna prin sau prin Arabii îl notau cu 0 sau cu iar în Europa, pînă la inventarea tiparului, forma acestei cifre a variat prezentîndu-se în următoarele chipuri: . Abia după descoperirea tiparului s-a stabilit forma obişnuită acum: 5.

## NUMĂRUL ŞASE

Semnul cu care îl notau romanii pe 6 era, după cum ştiţi, VI. El ne arată limpede cum au numărat oamenii pînă la 6: după ce au terminat degetele unei mîini au adăugat la acestea (V) încă un deget, fie de la cealaltă mînă, fie reluînd degetele primei mîini.

În unele dialecte ale popoarelor insulare, pentru numerele mai mari ca 5 se întîlnesc şi numiri ale altor părţi ale corpului, în afară de mînă şi de degete.

De pildă, pentru 6 se spune *pumn*, pentru *7 cot*, pentru 8 *umăr* ş.a.m.d. În limba sanscrită 6 se pronunţă *şaş*, vechii slavi îi ziceau *sesti*, iar latinii *sex*. Dar, pe cît de uşor de constatat este, în acest caz, originea comună — sanscrită — a denumirii numărului 6, pe atît de greu este să se stabilească ce a însemnat la început acest cuvînt?

Înţelesul original s-a pierdut, aşa cum s-a pierdut şi acela al numărului 1.

Unii învăţaţi sînt de părere că „şaş" ar fi o prescurtare a expresiei *să treci la primul deget de la cealaltă mînă*, dar această interpretare rămîne doar o ipoteză. Ca formă, cifra 6 a suferit

următoarele modificări: în sanscrită ⌴, în hindusă ६ , în araba veche 4,ȝ și în manuscrisele europene 6 , 6. După folosirea tiparului nu a mai rămas decît semnul actual 6. .

Pentru cei ce se interesează de proprietățile numerelor vom menționa o interesantă proprietate a numărului 6. Anume, dacă se adună numerele de la 1 la 3 se obține $6 : 1+2+3=6$. Totodată 6 se împarte cu aceste numere, din care este format (și numai cu ele).

Rezultă că 6 este egal cu suma divizorilor sau factorilor săi. Puține numere au această proprietate, de aceea acestea au și fost numite *numere perfecte*.

Din antichitate sînt cunoscute 4 numere perfecte, anume 6, 28 ($28=1+2+4+7+14$), 496 și 8128. În secolul al XV-lea a mai fost descoperit unul, anume 33550336. Acesta ca și celelalte patru este un număr pereche. Pînă azi matematicienii nu știu dacă există vreun *număr perfect, nepereche!* N-ați vrea să aflați voi acest lucru?

## NUMĂRUL ŞAPTE

Ca şi trei, numărul şapte a fost răsfăţat de oameni din cele mai vechi timpuri şi alături de 3 apare în multe poveşti, legende, proverbe, sau alte diferite lucrări realizate de om. Arabii spun: *Înainte de a vorbi, învîrteşte-ţi limba de şapte ori în gură.* În antichitate, grecii preamăreau 7 înţelepţi, printre care se găsea şi matematicianul-filozof Thales. Tot în antichitate minunile lumii erau limitate la 7. Le ştiţi? Iată-le: 1) piramidele din Egipt, 2) grădinile Semiramidei din Babilon, 3) statuia lui Zeus din Olimp, 4) templul lui Artemis din Efes, 5) mausoleul din Halicarnas, 6) colosul din Rodos şi 7) farul din Alexandria. În legendele greceşti de numărul 7 se vorbeşte cînd se aminteşte despre Teseu, eroul atenian care l-a răpus pe Minotaur, arătîndu-se că atenienii erau obligaţi să trimită în fiecare an cîte 7 fete şi 7 băieţi în Creta. Aceştia erau închişi în labirint şi devoraţi de Minotaur, iar Teseu a pus capăt acestei jertfe sîngeroase, ucigîndu-l.

În limba română se întîlnesc multe expresii cu 7: *mănîncă cît şapte, umblă pe şapte cărări, nu mă dau pe şapte ca el* ş.a.

În limba sanscrită lui 7 i se spune *sapta*, cuvînt a cărui rădăcină *sap* are azi înţelesul de a urma sau a lega. E destul de greu să se stabilească o legătură între acest înţeles şi 7, în afară de o prescurtare a expresiei : *două degete legate de cinci*. Se observă însă că numele *şapte* îşi are originea în acest cuvînt sanscrit. În latineşte se spune *septem* şi în limba noastră se păstrează această formă a lui 7 în numele lunii *septembrie*. Ne-am aştepta, după nume, ca această lună să fie a 7-a din an şi nu a 9-a. Ştiţi de unde vine încurcătura ?

De la romani, și iată cum: calendarul roman avea la început 10 luni și începea de la 1 martie, astfel că luna septembrie era într-adevăr a 7-a. Mai tîrziu ei au modificat calendarul, adăugînd încă două luni pe care le-au pus la începutul anului, astfel că luna septembrie a devenit luna a 9-a.

Pînă la inventarea tiparului cifra 7 s-a scris în multe feluri: în sanscrită ૭′, la hinduși ६, la arabi ٧, V și în Europa 7, ∧ ∧. De pildă, pe un monument din Würtenberg se află data 1 472 scrisă astfel: ıϵ∧Z

# NUMĂRUL OPT

Numărul 8 îl întîlnim în muzică, *octava* fiind succesiunea celor 8 sunete consecutive care formează intervalele dintr-o gamă. Apoi, într-un proverb care pare că s-a născut ca o reacţie la pretenţia antichităţii de a limita numărul minunilor la 7: *fiecare ţară îşi are a 8-a minune a sa.* În limba sanscrită 8 a fost numit *aşta.* De aici a ajuns în limba latină *octo* şi la noi *opt.* Ca formă, cifra 8 se scrie în sanscrită ४ , în arabă ٨ , în hindusă ८ , iar în Europa ⊤ , ∧ , 8, pînă cînd prin introducerea tiparului s-a statornicit forma actuală. Povestea cu luna octombrie, a 10-a a anului, în loc de a 8-a, este aceeaşi ca şi a lunii septembrie.

Iată şi o proprietate interesantă a numerelor care apare din înmulţirea numărului 8 cu numerele formate din cifrele scrise în ordinea lor naturală. Adăugînd la produsele de mai jos pe 1, 2... pînă la 9, rezultatele sînt formate din cifrele scrise în ordinea 9, 8, 7...

$$
\begin{aligned}
8 \times 1 \quad &+ 1 = 9 \\
8 \times 12 \quad &+ 2 = 98 \\
8 \times 123 \quad &+ 3 = 987 \\
8 \times 1234 \quad &+ 4 = 9876 \\
&\cdots \\
&\cdots \\
8 \times 123456789 \; &+ 9 = 987654321
\end{aligned}
$$

B

# NUMĂRUL NOUĂ

Numărul 9 este ultimul şi cel mai mare din seria numerelor exprimate printr-o singură cifră. Alături de 3 şi 7, el face parte din categoria numerelor preferate de om şi de aceea chiar denumite *numere magice*. Astfel, eroii din poveşti merg: *cale lungă să le-ajungă, trecînd peste nouă mări şi nouă ţări;* despre un om zgîrcit se spune că *are nouă băieri la pungă,* despre un viteaz că *are nouă vieţi în pieptu-i de aramă* ş.a.m.d.

În *Divina Comedie,* Dante consideră Infernul împărţit în nouă ceruri, tot aşa şi Paradisul. Antichitatea greacă cinstea 9 muze. Un proverb chinezesc spune: *cînd ai de făcut 10 paşi, al nouălea este la jumătatea drumului,* accentuînd astfel că ultimul pas e cel mai greu de făcut.

În limba sanscrită 9 se numeşte *nava,* care înseamnă număr *nou,* înţelegîndu-se prin aceasta că 9 a fost cel din urmă număr care a apărut în sistemul de numeraţie, înaintea lui 10. Semnele folosite în cursul timpului pentru cifra nouă au fost: în sanscrită Z, în hindusă ९, în arabă ٩, 9 şi în Europa 9, 9.

## NUMĂRUL ZECE

Numărul zece încheie grupul unităţilor. Cuvîntul îşi are originea în limba sanscrită în care *dasa* înseamnă zece. În latineşte a trecut sub forma *decem*, cuvînt înrudit cu *digiti* (degete). Şi în limba germană *zehn*, adică zece, aminteşte pe *zehe* (degetele de la picioare). Aşadar numirea arată, pe de o parte, că modelul acestei mulţimi au fost odinioară degetele — de la mîini sau de la picioare — iar pe de altă parte că aceste zece degete la un loc au fost considerate ca o nouă unitate, o *zece*, *zecea* de la mîini sau *zecea* de la picioare. Că lucrurile s-au petrecut cîndva aşa ne-o arată şi cuvintele corespunzătoare din limbile multor popoare care trăiau pînă nu de mult în triburi. La acestea numărul 10 are înţeles de *două mîini*, iar 20 înseamnă fi *un om întreg*, fie *mîinile şi picioarele toate*. De asemenea pentru 40 se spune *2 oameni*, pentru 60, *trei oameni* etc. Urme care dovedesc că numărarea pînă la 20 s-a practicat şi în Europa se află în limba franceză, unde 80 se numeşte *quatre vingt* (de 4 ori 20) şi la fel pentru 90 se spune de 4 ori 20 şi 10.

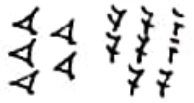
E foarte probabil că dacă omul ar fi avut patru sau şase degete la o mînă în loc de cinci, el ar fi numărat pe grupe de 8 sau de 12 în loc de 10. Se cunosc de altfel cazuri izolate de popoare la care baza numeraţiei nu este 10, şi iată de ce. În unele triburi numărarea s-a făcut considerîndu-se numai cîte 4 degete de la o mînă (lăsîndu-se deoparte degetul cel mare); s-a ajuns astfel la un sistem de numeraţie pe grupe de 8 (adică cu baza 8); în alte triburi, după ce oamenii numărau cele cinci degete de la o mînă, socoteau încă şi pumnul închis drept numărul 6. În felul acesta ei au numărat pînă la 12. Grupele considerate ca unităţi de ordin superior erau formate deci din 12 obiecte. Asemenea sisteme cu baza 12 se folosesc şi acum, de pildă în comerţ sînt obiecte care se grupează în duzini (cîte 12), ziua şi noaptea sînt împărţite în cîte 12 ore etc.

Sumerienii şi apoi babilonenii aveau două feluri de a număra, unul pe grupe de 10 (sistem zecimal) şi altul pe grupe de 60 (sistem sexagesimal). Acesta din urmă poate fi potrivit ca o combinaţie a sistemelor cu baza 10 şi 12 ($60 = 5 \times 12 = 6 \times 10$).

Egiptenii întrebuinţau numai sistemul zecimal. Pentru a scrie numărul 10, egiptenii foloseau semnul ∩, iar pentru 100: 𓍢. Am văzut că unităţile le notau cu o bară verticală. Cu aceste trei semne ei însemnau orice număr pînă la 1 000. De pildă numărul 658 îl scriau astfel: 𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢∩∩∩∩∩|||||||||

Mai tîrziu, în scrierea folosită în papirusuri, s-au introdus simplificări şi s-au înlocuit grupele de mai multe semne de acelaşi fel prin cîte unul singur.

Spre deosebire de egipteni care scriau pe foi de papirus, sumerienii şi apoi celelalte popoare din cîmpia Mesopotamiei îşi imprimau cifrele pe cărămizi proaspete de lut cu ajutorul unor beţişoare. Ca să le poată păstra, le uscau la soare sau le ardeau în cuptor. Din cauză că forma semnelor aminteşte de forma cuielor, scrierea lor se numeşte cuneiformă. Pentru unităţi aveau ca semn un cui vertical 𒁹, iar pentru zeci 𒌋. Prin repetarea şi alăturarea acestor două semne ei puteau să scrie toate numerele pînă la 59. Astfel numărul 58:

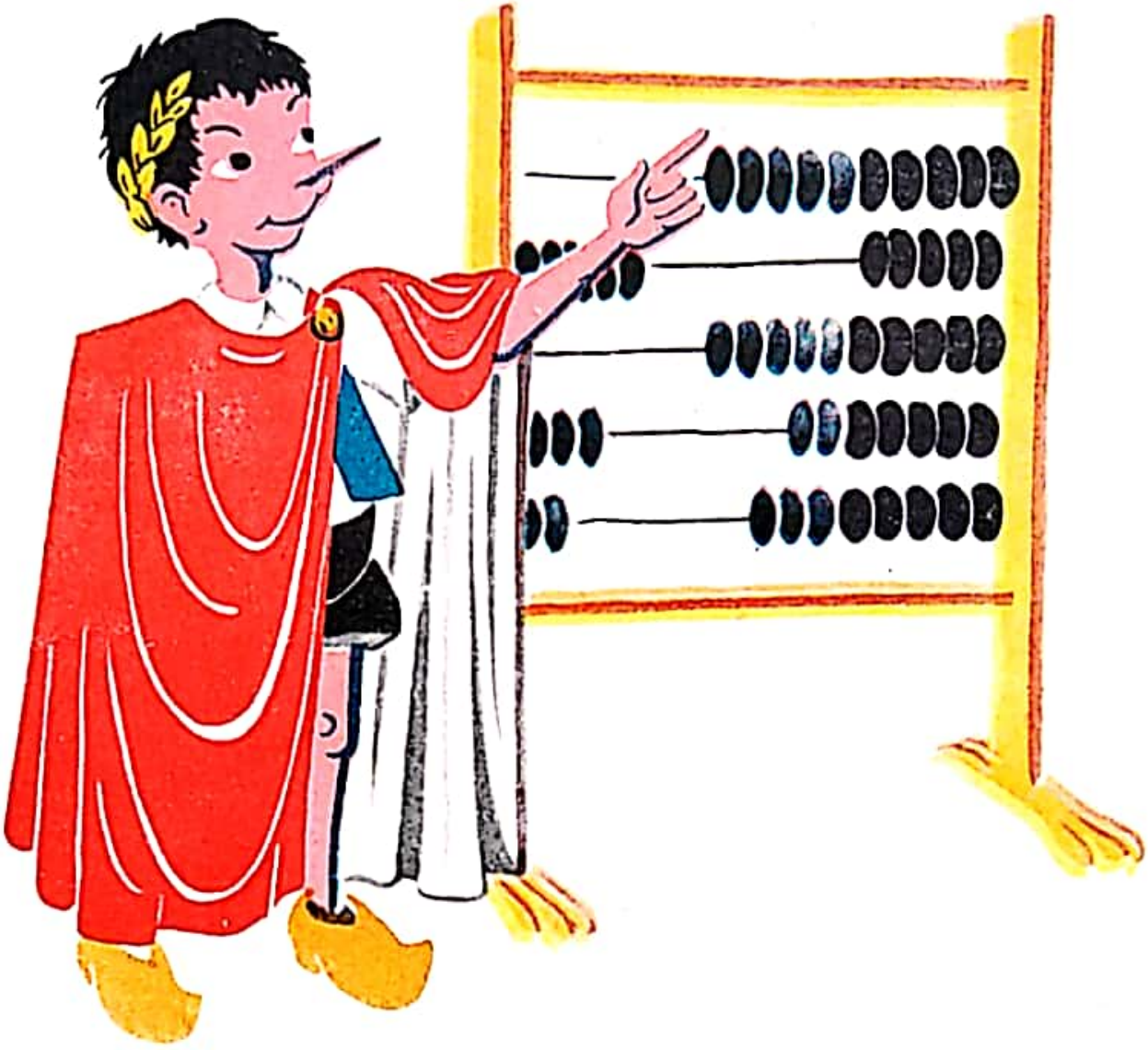


Numărul 60 nu-l scriau însă prin repetarea de 6 ori a lui 10 cum făceau egiptenii, ci foloseau semnul unității, așa cum procedăm noi azi cînd vrem să scriem o sută. Prin urmare numărul 62 se scria astfel: 𒐜 𒐜𒐗 , lăsîndu-se un loc liber între primul semn ( 𒐜 =60) și celelalte două semne care arătau unitățile. În mod analog 125 era scris: 𒐜𒐗 𒐜𒐗𒐗, unde primele două unități grupate alăturea reprezentau 2 × 60 = 120. Iată dar un fel de a scrie numerele, *numit poziţional*, fiindcă valoarea semnului este legată de poziția lui.

Grecii au scris numerele cu cuvinte întregi pînă în veacul al III-lea î.e.n. Numai pentru numerele 5, 10, 100 și 1 000 foloseau inițialele acestor cuvinte. Mai tîrziu, spre sfîrșitul acelui veac ei au imaginat un sistem zecimal de scriere a numerelor, și anume, pentru primele 9 numere au folosit primele litere ale alfabetului, pentru primele 9 zeci următoarele 9 litere și apoi pentru sute ultimele. Dar fiindcă alfabetul lor avea numai 24 de litere, ei au intercalat încă 3 litere împrumutate probabil de la fenicieni. Cu ajutorul lor, grecii puteau scrie toate numerele de la 1 la 1 000 prin alăturarea literelor corespunzătoare sutelor, zecilor și unităților care formau acel număr. Așa, de exemplu, 832 se scria ω π β, căci ω = 800, π = 30 și β = 2.

Această metodă de scriere a numerelor a fost folosită și de popoarele slave. În acest caz, ca și în sistemul grecesc, numerele erau notate prin literele mici ale alfabetului cirilic, și se deosebeau de literele alfabetului printr-o bară orizontală pusă deasupra. Spre deosebire de greci, slavii puneau cifrele în ordinea pronunțării lor, de pildă scriau 12 = β̃ ї, adică в = 2 și і = 10, și pe 21 к̃ а, к = 20 și а = 1.

Romanii au luat procedeul de scriere a numerelor de la etrusci și el nu se deosebește de cel folosit de egipteni sau de greci, decît prin forma semnelor. Astfel romanii au notat unitatea cu o bară verticală, iar pentru 10 aveau semnul X, ce pare format din două mîini cu degetele răsfirate puse una sub alta. Prin *C* (inițiala de la cuvîntul „centum“ = 100), ei însemnau numărul 100, prin litera *M* (inițiala lui „mille“ = 1 000), ei reprezentau numărul 1 000. Cu aceste 4 semne romanii au scris la început, prin repetare și alăturare, nume-



rele de care aveau nevoie. Sistemul era foarte greoi. Iată cît loc ocupa numărul 694 : CCCCCCXXXXXXXXXXIIII. Din aceste motive, mai tîrziu ei au adus o simplificare în scrierea numerelor, adăugînd 3 semne noi : *V* pentru 5, *L* pentru 50 şi *D* pentru 500, precum şi următoarea regulă de folosire a acestora : orice număr pus la dreapta altuia care este mai mare sau egal cu el se adaugă ; scris la stînga unuia cu valoare mai mare decît el, se scade. Cu această nouă notaţie, numărul 694 se scrie mai simplu : DCXCIV. Dar chiar şi prin această simplificare metoda romanilor de a scrie numerele a rămas greoaie şi nepractică. Mai ales atunci cînd trebuiau notate numerele mari sau cînd aveau să se facă operaţii aritmetice ca : adunare, scădere, înmulţire şi împărţire.

Veţi înţelege mai bine aceasta dintr-un exemplu. Să presupunem că aveţi de adunat 69 cu 78! Azi ca să găsiţi rezultatul scrieţi pe hîrtie aceste numere unul sub altul şi adunîndu-le găsiţi 147: $\begin{matrix} 69+ \\ 78 \\ \hline 147 \end{matrix}$

Dar dacă aţi fi trăit cu vreo 2 000 de ani în urmă, pe vremea romanilor, cum aţi fi procedat? Mai întîi, pe atunci nimeni nu avea creion, nici caiet şi nici o foaie de hîrtie, fiindcă fabricile de hîrtie nu fuseseră inventate şi nimeni nu ştia ce este hîrtia! Exista numai papirusul şi pergamentul, însă amîndouă erau prea scumpe şi greu de obţinut, aşadar nu erau la îndemîna unui elev! Şcolarii romani scriau pe o tăbliţă de lemn acoperită cu ceară şi, în loc de creion, foloseau un băţ ascuţit, numit stilet. Aşadar, imaginaţi-vă că aveţi tăbliţa de ceară şi cu stiletul zgîriaţi pe ea numerele 69 şi 78, adică scrieţi aşa:

LXIX
LXXVIII.

Ei, acum ce faceţi cu ele? Cum faceţi adunarea? Nu puteţi proceda ca mai înainte cînd aţi folosit caietul şi creionul. Regulile simple şi uşoare de la adunarea numerelor scrise cu cifrele din sistemul actual nu se pot aplica la numerele scrise nici cu cifre romane, nici cu cele egiptene, greceşti, slavone etc. Iată dar că aici nu se mai face adunarea direct, ci trebuie să folosiţi o *numărătoare* sau un *abac*. Cu acest instrument pe care-l priviţi acum ca pe o jucărie se făceau odinioară toate calculele. Departe de a fi fost o jucărie, *numărătoarea* cu şiragurile ei de bile colorate, ce alunecă uşor pe sîrmele paralele prinse de cadrul dreptunghiular al instrumentului, a avut secole de-a rîndul un rol de seamă în viaţa socială şi economică a omenirii. Se scriau pe atunci nenumărate cărţi despre modul de mînuire a abacului, şi aceste cărţi erau studiate în şcolile din care se recrutau apoi *abaciştii*, adică cei ce ştiau să socotească pe abac.

Cuvîntul *abac* vine din greceşte, de la *abax*, care înseamnă *tablă*, fiindcă la început numărătorile erau formate dintr-o tablă de scîndură, acoperită cu praf sau nisip. Pe acestea se desenau cu un beţişor semnele corespunzătoare fiecărui număr, în aşa fel ca unităţile de diferite ordine ale numerelor să fie puse în coloane separate prin linii paralele. După ce numerele erau scrise în felul arătat, se adunau

între ele unităţile de acelaşi fel, ale numerelor date, şi apoi, cînd se transcria rezultatul, se ţinea seama de faptul că 10 unităţi de un anumit ordin formează o unitate de ordin superior. La fel cu cel grecesc, era şi abacul folosit de hinduşi, chinezi, japonezi, etrusci sau romani. Mai tîrziu romanii, deşi au luat numirea instrumentului de la greci, au modificat abacul, înlocuind înscrierea unităţilor prin aşezarea unor pietricele în coloanele corespunzătoare unităţilor numerelor date. Aşadar, romanii au înlocuit *operaţia de adunare prin scris* cu *numărarea pietricelelor* din coloanele respective. După ce realizau şi trecerile de unităţi dintr-o coloană în alta, ei citeau suma, stabilind cîte pietricele se aflau în diferitele coloane. De pildă, dacă erau trei pietricele în coloana miilor şi două în aceea a zecilor, ei scriau numărul 3 020 cu cifre romane: MMMXX. În latineşte, la *pietre* se spune *calculi* şi de atunci a rămas verbul *a calcula*, cu înţeles de *a socoti*, iar substantivul *calcul* în loc de *socoteală*. Forma actuală a numărătorii cu bile a apărut destul de tîrziu, prin secolul al XV-lea, întîi în China, unde instrumentul a fost numit *suanipan*, şi în Japonia cunoscut sub numele de *soroban*. Prin secolul al XVIII-lea el a fost adus în Rusia luînd numele de *sciot*, şi de acolo a ajuns în Europa prin intermediul unui matematician francez din armata lui Napoleon.

Operaţiile cu abacul nu erau tocmai uşoare. Chiar şi o simplă adunare a pietricelelor cerea multă vreme şi o atenţie încordată, întîi ca să nu se greşească la numărare şi apoi ca să nu se transcrie greşit ordinul unităţilor din rezultat. În cazul înmulţirilor şi mai ales al împărţirilor, operaţiile erau aşa de grele şi de încurcate, încît acei care se pricepeau să le facă erau socotiţi mari învăţaţi. Prin veacurile al XIV-lea, al XV-lea şi chiar al XVI-lea, negustorii se duceau cu socotelile lor de adunare, înmulţire şi împărţire la *abacişti* şi se întorceau peste cîteva zile ca să primească rezultatele; aşa după cum astăzi, cine vrea să-şi facă o haină, dă stofa croitorului şi se duce peste cîteva zile să şi-o ridice.

Vedeţi dar că în vechile sisteme de scriere a numerelor despre care am vorbit pînă acum operaţiile aritmetice nu se puteau face decît cu

ajutorul abacului. Ghiciți cum s-a ajuns la sistemul actual de scriere a numerelor în care operațiile se pot face fără ajutorul abacului? Tocmai prin folosirea lui! Ca să vedem cum s-au petrecut lucrurile să luăm un exemplu. Să presupunem că făcîndu-se o socoteală pe abac a rezultat două bile în coloana miilor și cinci bile în coloana unităților. Dacă s-ar transcrie aceste două numere — 2 și 5 — fără să se însemneze și coloanele din care fac parte, rezultatul ar putea fi citit:

25, sau 205, sau 2 005, sau 20 005. Nu se știe care dintre aceste numere este cel adevărat!

Se puteau comite astfel erori grave și ca să fie evitate trebuia pus un semn care să arate că pe o anumită coloană *nu există* nici o bilă! Acest semn prin care s-a reprezentat *nimicul* a fost inventat și folosit de către hinduși, cărora le revine și gloria de a fi descoperit *sistemul pozițional de scriere a numerelor*. Acest sistem elimină semnele pentru 10, 100, 1 000 etc., orișice număr reprezentîndu-se numai cu ajutorul primelor nouă cifre (de la 1 la 9) și a acestui *semn al nimicului*, pe care îl numim azi zero. În sistemul pozițional, cu care sîntem obișnuiți încă dinainte de a merge la școală, s-a introdus ca *regulă* de scriere a numerelor aceea că *o cifră își modifică valoarea după locul pe care-l ocupă în șirul cifrelor din care e compus acel număr*. De exemplu cifra doi are valoarea de *două unități* în numărul 32, de 200 de unități în numărul 1 243, de 2 000 de unități în numărul 72 513 etc. Această scriere poziționalã, care constituie un progres important nu numai în tehnica socotitului, ci și în întreaga viață științifică, nu ar fi fost posibilă fără de existența *cifrei zero*, care precizează locul ce rămîne neocupat de vreo unitate de un anumit ordin. De pildă, în numărul 205, unde nu există *unități de ordinul zecilor, zero* a luat locul unităților de acest ordin.

De aceea să vedem acum care-i povestea lui zero, numărul care înseamnă nimic!

# NUMĂRUL ZERO

Cînd l-au inventat pe zero, hinduşii l-au notat cu un cerc mic pe care-l numeau *kha (gaură)* sau *sunya* (spaţiu vid, adică nimic), arătînd prin el care coloană din numărătoare a rămas goală. Tot hinduşii, care le-au creat, au şi un proverb: „Zece oameni trăiesc ca să ajute la progresul unui om, şi dacă nu fac aceasta ei reprezintă tot aşa de puţin cît un zero".

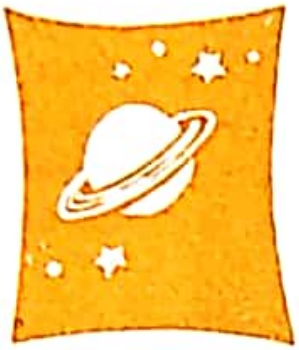
Zero este întîlnit pentru prima dată într-o inscripţie hindusă datînd din anul 876, unde numerele 50 şi 270 sînt scrise folosindu-se semnul 0. Nu se cunosc alte documente mai timpurii, dar e evident că hinduşii trebuie să-l fi scris pe zero cu mult înainte, cînd au stabilit scrierea poziţională pe care o folosim azi. Vă amintiţi că şi babilonenii au întrebuinţat un fel de notaţie poziţională ? Ca să scrie 60 ei înlocuiau cele şase semne pentru zece prin semnul unităţii şi aveau un semn prin care arăta absenţa unui număr. Ba şi populaţia tribului Maya avea un semn pentru zero reprezentat printr-o scoică şi chiar o anumită scriere poziţională ! Dar nici sistemul babilonean de scriere a numerelor şi nici al mayaşilor nu a atins perfecţiunea celui hindus, ele apar numai ca sisteme rudimentare de scriere poziţională.

Prin a doua jumătate a veacului al VIII-lea, arabii au împrumutat de la hinduşi scrierea poziţională şi au răspîndit-o în toate ţările dominate de ei. Prin veacul al X-lea, scrierea poziţională, datorită avantajului ei, era folosită mai ales în lumea comercială. Din acea vreme se cunoaşte şi o carte a renumitului matematician din Asia Mijlocie *Al-Horezmi*, în care se explică folosirea cifrelor hinduse. Cartea a fost tradusă în anul 1120 în latineşte şi a avut atîta răsunet în Europa medievală, încît numele autorului, latinizat în *Algoritm*, s-a identificat cu înseşi operaţiile de socotire, expuse în carte şi astăzi prin *algoritm* se înţelege „metoda sau regula de calcul". Tot arabii au tradus cuvîntul *sunya* (zero) prin *sifr* (care în limba arabă înseamnă nimic). Însă ei nu au adoptat şi semnul 0, folosit de hinduşi, pentru că arabii notau prin semnul 0 numărul 5. În locul lui 0 ei au pus un punct. Cînd numerotaţia hindo-arabă a fost introdusă în Europa, cuvîntul arab *sifr* a dat naştere la doi termeni diferiţi, fiindcă unii dintre traducătorii europeni au latinizat pe *sifr* în *zephirum*, iar alţii l-au grecizat în *tziphra*. Prin diferite transformări pe care le-au suferit limbile romanice, cuvîntul zephirum a trecut în *zefro* şi apoi în zero, iar cuvîntul tziphra sau ţifra a ajuns cifra, dar tot cu înţeles de zero sau *nimic*. Astfel se face că în tot evul mediu şi pînă tîrziu, în veacul al XVIII-lea, cuvîntul *cifră* a păstrat înţelesul de *nimic*. I se mai spunea încă *nulla figura*, adică nici o figură, sau *figura nihili*, adică *semnul pentru nimic*, pentru că pe atunci, la semnul numerelor se spuneau *figuri* şi nu *cifre*. Englezii au păstrat pînă azi acest înţeles şi ei spun lui *zero: cypher*. În multe cărţi se află chiar definiţia: *zero este o figură care poartă numele de cifra sau nula.*

Aşadar, la început, zero a fost un semn şi dacă pe atunci sau mai tîrziu pînă în veacul al XVIII-lea, cineva ar fi afirmat că zero este *un număr*, părerea lui ar fi fost considerată cel puţin ca ciudată! Totuşi, zero răspunde la întrebarea la care răspunde orişice număr: cît? — Cîte obiecte sînt pe masă? — Nici unul, zero, dacă pe masă nu-i nici un obiect sau 3, dacă ar fi trei obiecte. Mai mult chiar, zero este şi rezultatul ce se obţine prin scăderea unui număr dintr-un număr egal cu el însuşi: 5—5=0. Iată de ce matematicienii moderni

îl consideră pe zero *ca număr*. Desigur că zero nu-i un *număr natural*, aşa ca 1, sau 2, sau 3, dar este un *număr întreg* şi e considerat ca originea tuturor numerelor, căci de la el se începe numărarea. Pe scara unui termometru, gradele care indică temperatura încep de la zero ş.a.m.d. Zero fiind un număr, semnul lui zero trebuie să fie o cifră, nu-i aşa? Ei bine, în această privinţă şi cei care odinioară negau cu îndîrjire că zero este un număr îi spuneau tot cifră, semnificaţia cuvîntului fiind atunci alta decît cea de acum, anume *cifra* sau *zero* avea înţeles de *nimic*.

Abia mai tîrziu, în veacul al XIX-lea, cuvîntul *cifră* a căpătat semnificaţia actuală, aceea de *semn pentru număr*. Azi spunem că 0 este o cifră, şi îl considerăm pe 0 ca semn al *numărului zero*, dar facem o distincţie între această cifră şi celelalte cifre, spunînd că 0 este o cifră *nesemnificativă*, pe cînd 1, 2... 9 sînt cifre semnificative.



## DESPRE UNELE VORBE CARE SE TRAG DIN NUMERE

După ce oamenii au deprins bine meşteşugul numărării, numerele s-au împletit atît de strîns cu gîndurile lor, încît ei le-au folosit ca să exprime prin ele proprietăţi sau aspecte ale lucrurilor, ba chiar şi stări sufleteşti. Bănuiţi oare cîte dintre cuvintele pe care le rostiţi zilnic, cînd nici nu vă gîndiţi să dezlegaţi o problemă de aritmetică, sînt legate, prin originea lor, de numere? Se mai gîndeşte bunăoară cineva la numărul unu cînd aude în versurile lui Eminescu. cuvîntul simplu:

*La un semn deschisă-i calea şi se apropie de cort*
*Un bătrîn atît de simplu după vorbă, după port?*

Şi totuşi la început *simplu* a avut înţelesul de: *format dintr-un singur element,* ceva care nu se poate împărţi în părţi deosebite. Aceeaşi origine o au şi cuvintele: *unic, uniformă, unire, univers, universal, universitate.* Toate derivă de la numărul unu.

Dar cînd spune cineva supărat: *„mă îndoiesc de buna lui credinţă"*, sau *„pun la îndoială cuvîntul lui"*, sau *„mi se pare dubioasă această atitudine"*, se remarcă oare în cuvintele *a îndoi, îndoială, dubios* prezenţa numărului 2? Totuşi şi aceste cuvinte exprimă un mod de a privi lucrurile din *două* puncte diferite de vedere, adică considerate într-un fel sau în alt fel. Tot legate de 2 sînt şi cuvintele

*distanță*, care provine de la latinescul *di-stare* (în două stări) sau *dialog*, corespunzător în greceşte la *dialogos*, (vorbire în doi).

Deschizînd dicţionarul limbii române la cuvîntul *trivial* găsim : de prost gust, vulgar, ordinar, aşadar nimic în legătură cu numerele şi totuşi cuvîntul provine de la numărul 3 ! Vreţi să ştiţi cum ? În latineşte *triviumi* sau *trivia* înseamnă *trei drumuri*, iar în evul mediu, şcoala elementară a căpătat numele de trivium, pentru că acolo se învăţau trei obiecte : gramatica, retorica şi dialectica. În veacurile al XVI-lea, al XVII-lea, o dată cu dezvoltarea învăţămîntului, înţelesul cuvîntului trivium a degenerat în acela de *comun, îngust*. Mai tîrziu el a pierdut orice legătură cu şcoala şi cuvîntul *trivial* s-a transformat în *vulgar* sau *ordinar*.

Cuvîntul *chintesență*, ce are înţeles de esenţialul dintr-un lucru sau dintr-o lucrare, provine de la *quinte essentia*, care în latineşte înseamnă : *5 elemente esenţiale*.

Dar cînd un student se duce la *decanat* ca să se înscrie, sau e chemat de *decanul* facultăţii, îi vine oare în gînd că aceste două numiri sînt legate de numărul 10 (în latineşte deca) ? S-ar putea prezenta exemple de asemenea cuvinte cu duiumul, dar oricine le poate găsi singur în dicţionar, căutîndu-le pe acelea care au ca rădăcină un numeral. Toate aceste cuvinte au fost create după ce oamenii au ştiut prea bine ce este un număr şi se mai creează încă şi azi (de exemplu, biplan, triodă etc.). Dar în limbă s-au păstrat şi expresii cu origine numerică — de atunci de cînd oamenii nici nu ajunseseră la idee precisă de număr, de cînd numărul era privit ca o proprietate a unei mulţimi, şi această proprietate era exprimată prin cuvinte legate de mulţimea considerată. Iată exemple :

*Turmă*, cînd era vorba de o mulţime de oi :

*Trei turme de miei*
*cu trei ciobănei...*

sau, într-o altă variantă a Mioriţei :

*Din vale de plai*
*ies trei turme mari,*
*cu trei păcurari.*

*Cireadă* sau *ciurdă*, cînd e vorba de o mulţime de vite.

*Stol* sau *cîrd* la o mulţime de păsări călătoare:

*Stoli de cocori*
*Apucă-ntinsele*
*Şi necuprinsele*
*Drumuri de nori,*

spune Eminescu, iar St. O Iosif:

*Ţipă cîrduri de cocori,*
*Pribegind departe.*

*Pîlc, ceată, gloată, droaie* cînd e vorba de oameni.
*Mănunchi* şi *buchet* pentru o mulţime de spice sau flori.
*Ciorchine* pentru o mulţime de boabe.
*Legătură* cînd e vorba de o mulţime de chei etc.

A trebuit să treacă zeci de mii de ani pînă ce omul a băgat de seamă că *un pîlc de 11 oameni* se caracterizează prin acelaşi nume ca şi *o legătură de 11 chei, un cîrd de 11 păsări*, ori *un interval de timp de 11 ore*, şi că toate aceste mulţimi sînt forme concrete diferite prin care se exprimă *acelaşi număr abstract: 11.*

Vom încheia aceste observaţii asupra cuvintelor legate de numere oprindu-ne şi la cuvintele *a descifra* şi *cifru*, care prin înţelesul lor actual au depăşit domeniul matematicilor. Azi sistemul zecimal poziţional este aşa de înrădăcinat în viaţa noastră zilnică, încît nu ne putem închipui cum ar arăta civilizaţia noastră fără el. Şi nu ne vine a crede că s-a dus o luptă îndîrjită care a durat aproape patru secole, pînă ce sistemul poziţional a izbutit să înlăture definitiv sistemul de scriere a numerelor cu cifre romane şi a calculelor făcute cu abacul! Fiindcă autorităţile din Europa secolelor al XII-lea, al XIII-lea, al XIV-lea şi al XV-lea au interzis introducerea cifrelor arabe în viaţa publică, ele erau învăţate în *secret* şi de aceea verbul *a descifra* a rămas legat de faptul că învăţarea cifrelor arabe trebuia să rămînă *o taină*, să se facă în secret. Atunci cuvîntul *descifrare* a căpătat sensul de descoperire a ceva ce trebuie ţinut ascuns. La fel şi cuvîntul *cifră*, transformat în *cifru* are, din acelaşi motiv, sensul de *semn secret*.

Începînd cu secolul al XVI-lea rezistenţa *abaciştilor* a fost înfrîntă de către *algoritmiştii* care au introdus în calcule şi în şcoli sistemul de scriere poziţional, iar amintirea acestei lupte crîncene s-a păstrat doar în cuvintele *cifru* şi *descifrare*.

## IAR DESPRE NUMERE

V-aţi întrebat vreodată de ce se spune *celei dintîi* fiinţe sau *celui dintîi* lucru şi *prima* fiinţă sau *primul* lucru? E *prima* la carte, e *premiantă* sau a reuşit *primul* pe ţară la concursul de matematici... Odinioară se folosea şi cuvîntul *secund* pentru *al doilea*, azi nu a mai rămas decît în marină ca nume ce se dă ofiţerului adjunct al căpitanului de vas (adică celui de al doilea ofiţer de pe vas) sau în expresia *secundar*, tot cu înţelesul de al doilea, într-o succesiune.

Şi aceste două nume îşi au povestea lor legată de vremurile străvechi, de atunci cînd oamenii nu erau bine lămuriţi asupra numerelor. Pe atunci oamenii nu au văzut că poate fi o legătură între *primul tigru* şi un tigru, între cel de al doilea tigru pe care l-ar fi zărit într-o zi şi faptul că a văzut în ziua aceea *doi* tigri. De aceea ei au creat cuvinte distincte unele de altele, unele folosindu-le la numărare şi altele la numerotare. Aceasta provine din faptul că *numărarea* şi *numerotarea* sînt două operaţii cu totul diferite. Biletele unui spectacol, filele unei cărţi, aparatele construite într-o fabrică *se numerotează*. S-ar putea spune că prin *numerotare* s-a făcut în acelaşi timp şi *numărarea*. Aceasta pentru că numărul de ordine de pe ultimul bilet, de pe ultima filă a unei cărţi sau de pe ultimul aparat arată, totodată, cîte bilete au fost emise, cîte pagini are cartea sau cîte aparate au ieşit din fabrică. În general însă procesul de numerotare nu-i legat de cel de numărare. Numărul de ordine de pe ultimul televizor, produs de fabrica noastră „Electronica", care se află de vînzare într-un magazin, nu reprezintă şi numărul televizoarelor româneşti pentru că din momentul cînd acest aparat a părăsit fabrica au mai fost construite altele care n-au fost puse încă în vînzare şi, totodată, dintr-o pricină sau alta chiar unele dintre televizoarele construite anterior nu au fost puse în comerţ. Numerotarea nu face alta decît să stabilească *ordinea* în care sînt aşezate anumite obiecte, arătînd că, într-un şir dat, *unul* ocupă locul al patrulea, altul al zecelea, şi nimic mai mult.

Iată dar *numărul întreg* prezentîndu-se sub două aspecte diferite:

unul de *număr cardinal*, adică *esențial, fundamental*, care rezultă din numărarea obiectelor. Pe acest număr îl folosim în calcule și el răspunde la întrebarea: cît sau cîte? Celălalt aspect este *numărul ordinal*. El arată *locul* sau *ordinea* unui obiect dintr-o serie de obiecte și răspunde la întrebarea: „al cîtelea?" Care dintre aceste două concepții diferite despre număr, aceea de *număr cardinal* sau *ordinal*, a apărut mai întîi în mintea omului e greu de spus. Foarte probabil că amîndouă s-au împletit de la început. Așa o arată cercetările făcute asupra modului de a privi numărul de către oamenii din triburile rămase în stare primitivă. De pildă, în unele triburi este obiceiul de a se da copiilor nou-născuți, ca nume, numărul de ordine în care s-au născut. Dacă primul născut era o fată, ea primea numele *Una*, și dacă era un băiat i se zicea *Unu*. Cel de-al doilea copil căpăta în mod automat numele *Doi* sau *Două*, după sex ș.a.m.d. Din acest obicei rezultă că părinții își *numerotau* copiii. La alte triburi se stabilea numărul vitelor așezîndu-le unele după altele, începînd de la un anumit loc și însemnînd poziția ocupată de ultima vită. Această așezare a animalelor, unele după altele, arată o tendință de ordonare și deci de *numărare prin numerotare*, cu toate că locuitorii din acele triburi nu știau să numere.

Deși nu putem discuta aici problema numărării, vreau să vă atrag atenția că în procesul de numărare *noțiunea de număr cardinal* se împletește cu aceea de *număr ordinal*. Pentru a putea număra nu-i de ajuns să se cunoască un întreg șir de modele de mulțimi (o mulțime) cu *un obiect*, o alta cu *5* sau *7 obiecte* etc.), ci trebuie ca acele modele să fie așezate *într-o ordine*, în aceea în care se mărește mulțimea obiectelor din ele, adică în ordinea naturală: 1, 2, 3...

Această problemă vom discuta-o, poate, altă dată, acum, înainte de a termina, vă întreb: „Credeți că povestea numerelor s-a sfîrșit?"

Nu! De-abia acum începe! Eu nu v-am spus decît unele lucruri despre numerele întregi și nici măcar despre toate numerele întregi, care-l slujesc pe om!

Vara, cînd e zăpușeală și vă uitați la termometru, exclamați uluiți: 34 de grade la umbră! și iarna cînd dîrdîiți de frig, același termo-

metru vă face să îngînaţi : 34 de grade ! *Acelaşi număr* e oare şi vara şi iarna ? Desigur că nu, vara e + *34* grade, iar iarna e — *34* grade ! Cînd brutarul taie o pîine în 4 şi vinde cuiva două bucăţi, *acelaşi număr* 2 înregistrează vînzarea ca şi atunci cînd vinde două pîini ? Desigur că nu, în primul caz brutarul a vîndut $\frac{2}{4}$ dintr-o pîine şi numărul acesta este un *număr fracţionar*.

Dacă aţi desena un patrat cu latura de 1 dm şi aţi vrea să calculaţi diagonala lui, mărimea diagonalei nu se exprimă nici prin numere întregi şi nici prin numere fracţionare, ci prin altfel de numere, numere *iraţionale*. V-am dat cîteva exemple, dar sînt încă multe şi multe altele. Despre aceste numere nu se poate discuta aici, dar nimeni nu vă împiedică să aflaţi amănunte dacă vă interesează. Cărţile, în filele cărora sînt închise taina lor, aşteaptă cu drag să v-o destăinuiască.

8 Lei